

Mécanique Analytique

Série 1

21 octobre 2004

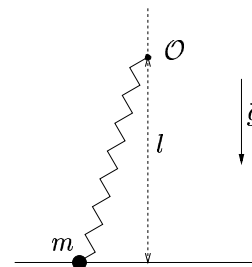
Exercice 1 : point d'équilibre, petites oscillations

Considérons le système suivant: un anneau de masse $m = 0.3 \text{ kg}$ est attaché à un ressort de constante $k = 1 \text{ N/m}$ et de longueur au repos $l_0 = 50 \text{ cm}$ et est susceptible de se mouvoir sans frottement sur un fil droit qui est éloigné d'une distance $l = 1 \text{ m}$ du point d'encrage \mathcal{O} du ressort.

(i) Exprimer les forces agissant sur la masse et établir les équations du mouvement.

(ii) Montrer que $x = 0$ est un point d'équilibre stable du système pour les grandeurs m , k , l_0 et l données ($g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$).

(iii) Faire l'approximation des petits déplacements pour trouver la fréquence des petites oscillations autour de $x = 0$.



Exercice 2 : champs de forces

(i) Calculer la divergence et le rotationnel des champs de force \vec{F}_1 et \vec{F}_2 , en tout point \vec{r} de l'espace \mathbb{R}^3 tel que $|\vec{r}| > 0$:

$$\vec{F}_1 = \frac{\vec{a} \times \vec{r}}{r^2}, \quad \vec{F}_2 = -GMm \frac{\vec{r}}{r^3},$$

où $\vec{a} = a\hat{e}_y$ un vecteur constant (\hat{e}_y est le vecteur unitaire dans la direction y).

(ii) Ces champs de forces sont-ils conservatifs? Si c'est le cas, donner le potentiel dont ils découlent.

(iii) Calculer le travail de chacune de ces forces le long de chacune des deux courbes γ_1 et γ_2 dessinées ci-dessous.

